

**Домашнее задание по математическому анализу №1
на 20 сентября**

Найдите область сходимости и область абсолютной сходимости функционального ряда.

1. (1 балл) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \sin^n x}{n(n+1)}$.

2. (1 балл) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2}\right)^n (e^{x/n} - 1)^n$.

Исследуйте на сходимость и равномерную сходимость функциональный ряд в указанном промежутке

3. (1 балл) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 x^2 \sin x}{n+1 1+n^5 x^4}, x \in \mathbb{R}$.

4. (1 балл) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n} \left(1 + \frac{1}{n} - x\right)^n, 0 \leq x \leq 1$.

5. (2 балла) Исследуйте на сходимость и равномерную сходимость на множествах E_1 и E_2

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sh}(1/(xn)) \cos(xn)}{1+xn}, \quad E_1 = (0; 1), \quad E_2 = (1; \infty).$$

6. (2 балла) Найдите все значения α , при которых ряд $\sum_{n=1}^{\infty} x^\alpha e^{-nx^2}$ сходится равномерно на интервале $(0; \infty)$.

7. (2 балла) Докажите, что если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n^x}$ сходится равномерно на $[0; \infty)$.

8. (2 балла) Пусть функции $u_n(x)$ непрерывны на $[0; 1]$, $u_n(x) \Rightarrow 0$, $x \in [0; 1]$, и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ сходится для каждого $x \in [0; 1]$. Следует ли отсюда, что этот ряд сходится равномерно на $[0; 1]$?