

# Коммуникационная сложность.

5 апреля 2017 г.

## 1 Задачи

1. Функция  $GT_n$  определена на парах натуральных чисел от 1 до  $2^n$  и принимает значение 1, если  $x > y$ . Докажите, что  $D(GT_n) = n + 1$ .
2. Рассмотрим функцию  $SUM_n : \{0, 1\}^n \times \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^{n+1}$ , возвращающую сумму чисел, записанных в двоичной системе счисления. Докажите,  $D(SUM_n) = 2n$ .
3. Функция  $IP_n$  определена на парах двоичных слов длины  $n$  и принимает значение 1, если  $\sum_i x_i y_i \equiv 1 \pmod 2$ . Докажите, что любой коммуникационный протокол, вычисляющий функцию  $IP_n$ , имеет глубину не менее  $n$ .
4. Докажите, что ранг матрицы предиката  $DISJ_n$  равен  $2^n$ .
5. Докажите, что ранг матрицы предиката  $IP_n$  не меньше  $\epsilon 2^n$  для некоторого положительного  $\epsilon$ .