

7 декабря 2017

1. Доказать с помощью теоремы Татта, что в изображенных на рис.1 графах  $G_1, G_2$  совершенное паросочетание отсутствует.
2. Доказать с помощью теоремы Татта, что в изображенном на рис.2 графе  $G$  совершенное паросочетание отсутствует.
3. Доказать, что  $k$ -куб  $Q_k$  имеет совершенное паросочетание для любого  $k \geq 1$ .
4. Подсчитать количество совершенных паросочетаний в кубе  $Q_3$ .
5. Подсчитать количество совершенных паросочетаний в графе Петерсена.
6. Пусть  $G$  есть  $k$ -регулярный граф, построенный на четном количестве вершин, остающийся связным при удалении любых ребер в количестве  $k - 2$  штук. Доказать, что в таком графе существует совершенное паросочетание (теорема Плесника).
7. Доказать, что в дереве  $T$  существует совершенное паросочетание  $M$  тогда и только тогда, когда для любой вершины  $x \in V(T)$  справедливо равенство  $c_{\text{odd}}(T - x) = 1$ .
8. Назовем граф  $G$  фактор-критическим, если в нем нет совершенного паросочетания, но при удалении любой вершины оно появляется. Иными словами, для любой вершины  $x$  в графе найдется паросочетание, покрывающее все вершины графа, кроме выбранной вершины  $x$ . Доказать, что  $c_{\text{odd}}(G - S) - |S| < 1$  для любого непустого подмножества  $S$  вершин графа  $G$ .

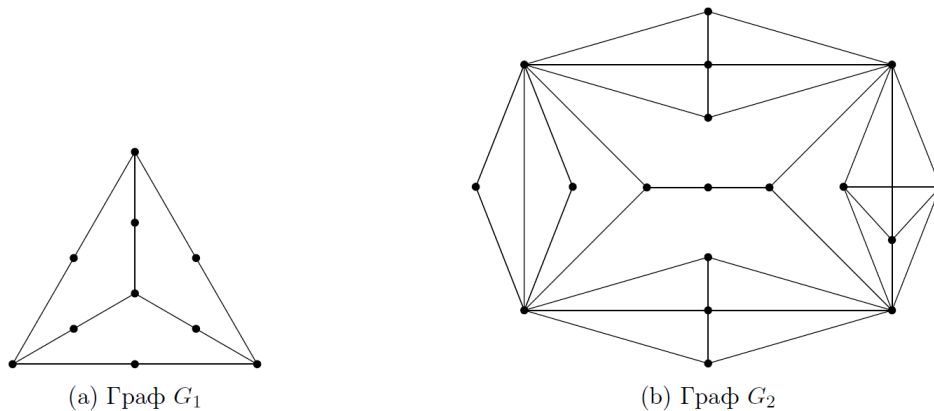


Рис. 1

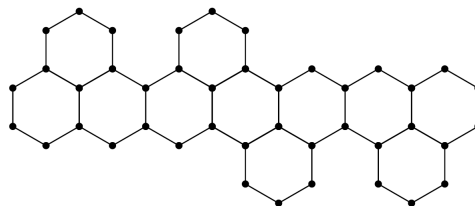


Рис. 2