22 сентября 2017

Количество баллов на зачет: *9*

1. *(2 балла)* Построить граф на пяти вершинах, имеющий в точности a) 22 цикла, b) 13 циклов, c) 12 циклов.
2. *(1.5 балла)* Вывести формулу для подсчета общего количества простых циклов в полном графе K_n.
3. *(1 балл)* Подсчитать количество гамильтоновых циклов в полном двудольном графе $K_{n,n}$, $n > 1$.
4. *(1 балл)* Рассмотрим граф, изображенный на рис.1. Доказать, что в нем существует гамильтонов путь. Проверить достаточные условия существования гамильтонова цикла при условии существовании гамильтонова пути. Доказать, что гамильтонов цикл в таком графе не существует.
5. *(1.5 балла)* Доказать, что для шахматной доски размерами 3×6 невозможно конем обойти все клетки доски, проходя каждую клетку лишь один раз и вернувшись в ту клетку, с которой начался обход.
6. *(2 балла)* Доказать, что для шахматной доски размерами 3×8 невозможно конем обойти все клетки доски, проходя каждую клетку лишь один раз и вернувшись в ту клетку, с которой начался обход
7. *(3 балла)* Доказать, что в случае шахматной доски размерами $4 \times n$ невозможно конем обойти все клетки доски, проходя каждую клетку лишь один раз и вернувшись в ту клетку, с которой начался обход.
8. *(1 балл)* Доказать существование гамильтонова цикла в k-кубе Q_k.
9. *(1.5 балла)* Доказать, что любой сильно связный турнир T, построенный на n вершинах, содержит циклы длины $3, 4, \ldots, n$. Следствием этого утверждения является, в частности, тот факт, что в любом сильно связном графе существует гамильтонов цикл.
10. *(1.5 балл)* Доказать, что среди $n > 3$ вершин сильно связного турнира T найдутся по крайней мере две вершины x, такие, что орграф $T - x$ остается сильно связным.

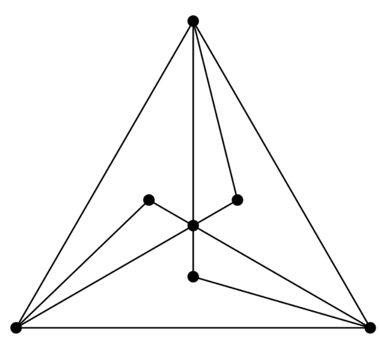

Рис. 1