

# Неравенства для энтропии.

28 марта 2017 г.

## 1 Неравенство о четверке

**Утверждение 1.1** Если для случайных величин  $a, b, x, y$  выполняется

$$\{ I(x : y | a) = 0, H(a | x, y) = 0, \}$$

то  $I(a : b) \leq I(a : b | x) + I(a : b | y) + I(x : y)$ .

Построим распределение  $(a', b', x', y')$  по  $(a, b, x, y)$ .  $x', y'$  независимы при заданном  $a', b'$ . В остальном все аналогично.

1.  $H(a', b', x', y') = H(a, b) + H(x | a, b) + H(y | a, b)$ .
2.  $H(a', b', x', y') \leq H(b) + H(x | b) + H(y | b) + H(a' | x', y')$ .
3.  $H(a' | x', y') = 0$ .
4.  $H(a, b) + H(x | a, b) + H(y | a, b) \leq H(b) + H(x | b) + H(y | b)$ .
5. Расписать предыдущее без условных энтропий.
6. Расписать через энтропии неравенство:  $I(a : b) \leq I(a : b | x) + I(a : b | y) + I(x : y)$ .
7. Доказать  $H(x, y) \leq H(a) + H(x | a) + H(y | a)$ .
8. Получить 6 из 5 и 7.