

Задание .

СС 44. Покажите, что:

в) $\mathbf{BPP} \subseteq \mathbf{BPTIME}[n^{\log n}] \subsetneq \mathbf{BPTIME}[2^n]$.

СС 45. Определим язык $\mathbf{QNR} = \{(y, m) \mid y \text{ не является квадратичным вычетом по модулю } m\}$, докажите, что $\mathbf{QNR} \in \mathbf{IP}$.

СС 49. Покажите, что:

в) если граф представляет собой шахматную доску с выбитыми клетками (вершины — клетки, ребра соединяют соседние клетки), то существует полиномиальный алгоритм, который считает число полных паросочетаний (подсказка: иногда вес ребра удобно взять комплексным).

СС 54. Докажите, что:

а) (снято, но если вдруг решили, то +3 задачи) язык простых чисел лежит в классе \mathbf{UP} .

СС 55. Покажите, что существует такой оракул A и язык $L \in \mathbf{NP}^A$, что L не сводится по Тьюрингу к $3\mathbf{SAT}$, даже если сведение может использовать оракул A .

СС 57. Покажите, что $\mathbf{AM} = \mathbf{AM}_1$.

СС 59. Покажите, что если $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{P/poly}$, то $\mathbf{PSPACE} = \mathbf{MA}$ (подсказка: используйте $\mathbf{IP} = \mathbf{PSPACE}$).

СС 65. Докажите, что $\mathbf{MAM} = \mathbf{AM}$ (и $\mathbf{MAM}_1 = \mathbf{AM}_1$, данный факт можно использовать в задаче 57).

СС 66. Покажите, что $\mathbf{AM} \subseteq \Pi_2$.

СС 67. Пусть есть оракул, который считает перманент матрицы $n \times n$ над полем \mathbb{F} верно для доли матриц $1 - \frac{1}{3n}$. Пусть $|\mathbb{F}| > 3n$. Докажите, что используя этот оракул можно построить вероятностный полиномиальный по времени алгоритм, который для каждой матрицы с большой вероятностью находит ее перманент.

СС 69. Пусть \mathbf{GI} — \mathbf{NP} -полный язык. Докажите, что:

а) $\mathbf{coNP} \in \mathbf{AM}$;

б) $\Sigma_2 \in \mathbf{MAM}$

в) $\mathbf{PH} = \Sigma_2 \cap \Pi_2$.