

Домашняя работа №2 по комбинаторике

4 октября 2012 г.

В приведённых ниже задачах, кроме решения, дайте интерпретацию условия задачи через урновую схему и схему раскладки по ящикам, где это возможно.

- [1] На званый вечер приглашены 5 мужчин и 5 женщин. Напротив каждого места необходимо поставить табличку с именем того, кто будет на этом месте сидеть, при этом никакие два лица одного пола не должны сидеть рядом. Сколькими способами можно расставить таблички? А если те же люди садятся не за стол, а на карусель, при этом способы, переходящие друг в друга при вращении карусели, считаются идентичными?
- [1] Из спортивного клуба, насчитывающего 30 членов, надо составить команду из 4 человек для участия в беге на 1000 метров. Сколькими способами это можно сделать? А если требуется выбрать 4 человека для участия в эстафете $100 + 200 + 400 + 800$?
- [2] Из колоды, содержащей 52 карты, вынули 10 карт. Во скольких случаях среди этих карт есть хотя бы один туз? Ровно один туз? Не менее двух тузов? Ровно два туза?
- [2] Из группы, состоящей из 7 мужчин и 4 женщин, надо выбрать 6 человек так, чтобы среди них было не менее двух женщин. Сколькими способами это можно сделать?
- [2] Рассеянный преподаватель пытается запомнить студентов своей группы по именам. В группе 12 юношей и 4 девушки, причём на занятие пришли только 9 юношей и 3 девушки. Сколькими способами преподаватель может сопоставить имена из списка присутствующим студентам?
- [2] Докажите, что $(1+x)^n + (1-x)^n \leq 2^n$ при $n \geq 1$ и $|x| \leq 1$.
- [2] Сколько можно построить различных прямоугольных параллелепипедов, у которых длина каждого ребра является целым числом от 1 до 10? Сколько можно построить треугольных пирамид, у которых все углы при вершине прямые и длина каждого ребра является целым числом от 1 до 10? Многогранники считаются различными, если их нельзя совместить с помощью параллельного переноса или поворота.
- [2] Сколько существует шестизначных чисел, сумма цифр которых не превосходит 51?
- [3] Сколькими способами можно выбрать два подмножества, A и B , n -элементного множества так, чтобы их пересечение было непусто?