

22 сентября 2017

1. Верно ли, что если в простом графе G существует эйлеров цикл, то в нем существует и гамильтонов цикл? Верно ли обратное утверждение, а именно, верно ли, что если в простом графе существует гамильтонов цикл, то в нем существует и эйлеров цикл?
2. Доказать, что в графе G , в котором существует гамильтонов цикл, точки сочленения отсутствуют.
3. Доказать, что в любом связном графе G найдется маршрут, который проходит по каждому из ребер графа G как максимум два раза.
4. Подсчитать количество гамильтоновых циклов в полном графе K_n , построенном на $n > 2$ вершинах.
5. Построить граф на пяти вершинах, имеющий в точности а) 1 цикл, б) 3 цикла, с) 6 циклов.
6. Сформулировать необходимые условия существования гамильтонова цикла в двудольном графе $G[X, Y]$, $|X| = m$, $|Y| = n$.
7. Кубик сыра размерами $3 \times 3 \times 3$ разделен на 27 кубиков единичного объема. Мышь съедает по кубику в день, начиная с углового кубика. При этом на $(i + 1)$ -й день она съедает один из кубиков, смежных (то есть разделенных гранью) со съеденным кубиком сыра в i -й день. Может ли мышь съесть последним центральный кубик при таком способе поедания сыра?
8. Среди графов G_i , показанных на рис.1, указать графы, в которых гамильтоновы циклы существуют, а также графы, в которых таковые отсутствуют. Привести доказательство гамильтоновости или негамильтоновости соответствующих графов.
9. Доказать, что для шахматной доски размерами 3×6 невозможно конем обойти все клетки доски, проходя каждую клетку лишь один раз и вернувшись в ту клетку, с которой начался обход.
10. Доказать существование гамильтонова цикла в k -кубе Q_k . Подсчитать количество таких гамильтоновых циклов.
11. Доказать, что любой турнир T либо сильно связный, либо может быть превращен в таковой изменением ориентации только лишь одного ребра.

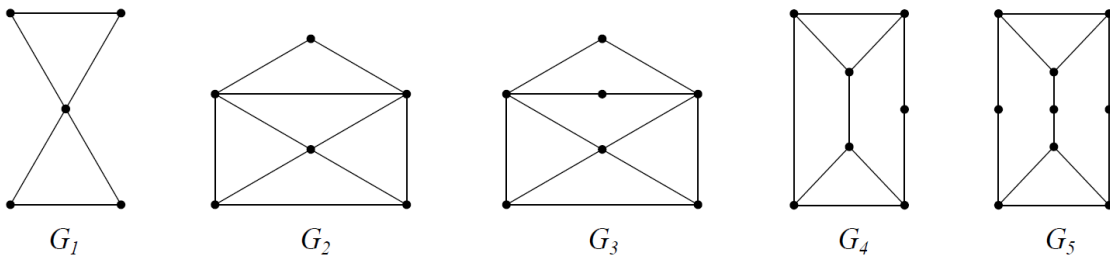


Рис. 1