

ML 18. Существует ли алгоритм, проверяющий, что данная программа считает полиномиально вычислимую функцию. (т.е. такую функцию, для которой существует алгоритм, вычисляющий ее, который работает полиномиальное время).

ML 19. Назовем множество *иммунным*, если оно бесконечно, но не содержит бесконечных перечислимых подмножеств. Перечислимое множество называется *простым*, если его дополнение иммуно. Докажите, что простые множества существуют.

ML 20. Докажите, что существует такое множество $S \subseteq \mathbb{N}$, что для любого перечислимого множества A множества $A \cap S$ и $A \setminus S$ имеют бесконечный размер.

ML 21. Является ли перечислимым множество всех программ, вычисляющих инъективные функции. А его дополнение?

ML 22. Задача Поста состоит в следующем: есть доминошки n видов $\left[\begin{smallmatrix} s_i \\ t_i \end{smallmatrix} \right], \dots, \left[\begin{smallmatrix} s_n \\ t_n \end{smallmatrix} \right]$, s_i и t_i — конечные строки, есть неограниченный запас доминошек каждого вида, доминошки переворачивать нельзя. Требуется определить, можно ли составить несколько доминошек так, чтобы в верхней и нижней их половине читалась одна и та же строка, такие последовательности доминошек будем называть согласованными. Докажите, что задача Поста алгоритмически неразрешима.

ML 23. В алфавите есть буквы R и S . Для каждого слова разрешается вычеркивать или дописывать в произвольные места подслово RRR и SS . Также можно заменять подслово SRS на RR и наоборот. Придумайте алгоритм, который по двум словам в этом алфавите проверит, можно ли по этим правилам одно получить из другого.

ML 24. Используя теорему Клини докажите, что:

- существует алгоритм, который на всех входах выводит свой номер;
- существует алгоритм, который на всех входах выводит квадрат своего номера.

ML 25. Является ли перечислимым множество всех программ, вычисляющих инъективные функции. А его дополнение?

ML 12. Приведите пример числа такого числа $r \in \mathbb{R}$, что множество $\{q \in \mathbb{Q} \mid q \leq r\}$ не является перечислимым.