

Исчисление высказываний(ДЗ).

1. Докажите, что следующие формулы, а также обратные к ним (меняем местами посылку и заключение) являются теоремами исчисления высказываний:

$$((A \wedge C) \vee (B \wedge C)) \rightarrow ((A \vee B) \wedge C),$$

$$((A \vee C) \wedge (B \vee C)) \rightarrow ((A \wedge B) \vee C).$$

2. Выведите формулу $\neg\neg\neg A \rightarrow \neg A$.
3. Докажите, что наличие аксиомы исключенного третьего (11) аксиома (10) является лишней – её можно вывести из остальных аксиом.
4. Добавим к исчислению высказываний, помимо правила modus ponens, еще одно правило, называемое правилом подстановки. Оно разрешает заменить в выведенной формуле все переменные на произвольные формулы (естественно, вхождения одной переменной должны заменяться на одну и ту же формулу). Покажите, что после добавления такого правила класс выводимых формул не изменится, но теорема о дедукции перестанет быть верной.
5. Докажите, что формула $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$ является теоремой исчисления высказываний.
6. Исключим из числа аксиом исчисления высказываний закон исключенного третьего, заменив его на закон снятия двойного отрицания. Покажите, что от этого класс выводимых формул не изменится.