

Домашнее задание #2, 19.09

1. Дана функция

$$f(x, y) = 2x^2 - 3xy + 4y^2 - x + 2y + 1$$

(16) Найти ∇f и $\nabla^2 f$.

(16) Показать, что f сильно выпукла, и найти точный параметр.

(16) Показать, что ∇f удовлетворяет условию Липшица, и найти точный параметр.

(26) Пусть

$$g(x, y) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \alpha \nabla f(x, y)$$

есть ли у g неподвижные точки и при каких значениях α g является сжимающим отображением?

2. Дана последовательность $x_{n+1} = Px_n$, $x_n \in \mathbb{R}^3$, $P \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$,

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

(26) Найти $x^* = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ (выразить через x_0).