

Колмогоровская сложность II (ДЗ).

1 мая 2017 г.

1. Покажите, что условная сложность “непрерывна по второму аргументу”: $KS(x|y0) = KS(x|y) + O(1)$; $KS(x|y1) = KS(x|y) + O(1)$.

2. Докажите, что не найдётся такого c , что

$$KS(x, y) \leq KS(x) + \log KS(x) + KS(y) + c$$

при всех x и y .

3. Покажите, что при фиксированном y функция $x \rightarrow KS(x|y)$ отличается от KS не более чем на константу, зависящую от y (и не превосходящую $2KS(y) + O(1)$).

4. Докажите, что для любых слов y и z и для любого n найдётся слово x длины n , у которого $KS(x|y) > n - 1$ и $KS(x|z) > n - 1$.

5. Докажите “неравенство треугольника”: $KS(x|z) \leq KS(x|y) + 2 \log KS(x|y) + KS(y|z) + O(1)$ для любых трёх слов x, y, z .

6. Покажите, что изменение одного бита в слове длины n меняет его сложность не более чем на $\log n + O(\log \log n)$.