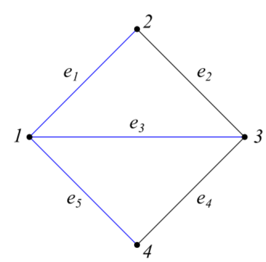
Домашнее задание по гамильтоновым путям и циклам с 29.09.2017 на 13.10.2017

Для немедленного зачёта по теме достаточно набрать **7** баллов.

1. (1,5) Пусть каждый из двух остовных подграфов S_1 и S_2 пересекаются с каким-то третьим остовным подграфом S_3 по четному числу ребер. Доказать, что тогда и $S_1 \triangle S_2$ пересекается с S_3 по четному числу ребер.

2. (1,5) Для графа G, показанного на рисунке, построить набор фундаментальных циклов, а также набор фундаментальных разрезов, связанных с остовным деревом, ребра которого помечены синим цветом на рисунке. Перечислить все векторы, принадлежащие подпространствам $\mathcal{C}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C} \cap \mathcal{B}$, а также $\mathcal{C} \cup \mathcal{B}$.



3. (1,5) Пусть r есть либо размерность $n-1$ подпространства $\mathcal{B}$, либо размерность $m-n+1$ подпространства $\mathcal{C}$. Доказать, что в каждом случае количество различных базисов, которые можно получить для заданного подпространства, рассчитывается по формуле
$$\frac{1}{r!}(2^r - 2^0) \cdot (2^r - 2^1) \cdot \ldots \cdot (2^r - 2^{r-1}).$$

4. (1,5) Доказать, что для любого подмножества S множества $V(G)$ вершин графа G справедливо равенство
$$|\partial(S)| = \sum_{x \in S} \deg(x) - 2|E(G[S])|.$$

5. (1,5) Предъявить гамильтонову декомпозицию графов K_7 и K_9.

   Примечание. Эта задача по вашему требованию засчитывается автоматически, если зачтена задача 6.

6. (2) Доказать, что любой полный граф K_{2n+1} допускает гамильтонову декомпозицию на n циклов C_{2n+1}.

7. (1) Доказать, что любой полный граф K_{2n} допускает декомпозицию на n путей P_{2n}.

8. (1) Рассмотрим граф G, показанный на рисунке. Существует ли декомпозиция такого графа на изоморфные друг другу реберно непересекающиеся остовные деревья?