

Домашнее задание 13. Исчисление высказываний.

Количество задач на зачет: 7 из 9

1. Докажите, что следующие формулы, а также обратные к ним (в которой посылка и заключение переставлены) являются теоремами исчисления высказываний:

5) $((A \wedge C) \vee (B \wedge C)) \rightarrow ((A \vee B) \wedge C)$

6) $((A \vee C) \wedge (B \vee C)) \rightarrow ((A \wedge B) \vee C)$

2. Докажите, что следующие формулы являются теоремами исчисления высказываний:

1) $A \rightarrow \neg\neg A$

2) $\neg\neg\neg A \rightarrow \neg A$.

3) $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$

4) $(A \rightarrow B) \rightarrow (B \vee \neg A)$

5) $((A \vee B) \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B)$

3. Докажите, что при наличии аксиомы исключенного третьего (11) аксиома (10) является лишней — её можно вывести из остальных аксиом.
4. Добавим к исчислению высказываний, помимо правила *modus ponens*, еще одно правило, называемое правилом подстановки. Оно разрешает заменить в выведенной формуле все переменные на произвольные формулы (естественно, вхождения одной переменной должны заменяться на одну и ту же формулу). Покажите, что после добавления такого правила класс выводимых формул не изменится, но теорема о дедукции перестанет быть верной.