

## 1 Домашнее задание на 3 ноября

1. Верно ли, что если  $K \triangleleft H$  и  $H \triangleleft G$ , то  $K \triangleleft G$ ? Приведите контрпример.
2. Докажите, что два элемента  $S_n$  сопряжены тогда и только тогда, когда в разложении на независимые циклы они содержат одинаковое число циклов каждой длины, включая и одноэлементные циклы.
3. (a) Докажите, что если  $C$  — класс сопряженных элементов, то  $C^{-1}$  — тоже класс сопряженных элементов.  
(b) Пусть  $C$  и  $D$  классы сопряженных элементов. Докажите, что  $CD = DC$ .
4. (a) Докажите, что единственными группами, у которых ровно 2 подгруппы, являются циклические группы простого порядка.  
(b) Докажите, что единственными группами, у которых ровно 3 подгруппы, являются циклические группы порядка  $p^2$ , где  $p$  — простое.
5. Является ли  $H = \{0, 3\}$  нормальной подгруппой  $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$ ? Если является, докажите, что  $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z})/H \cong \{0, 2, 4\}$ .