

**Домашнее задание по математическому анализу №2
на 20 марта**

Вычислите:

1. (1) $\int \frac{1}{x^2 \sqrt[3]{(2+x^3)^5}} dx.$

2. (1) $\int \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^4 + 1}} dx.$

3. (1) $\int \frac{\sqrt[3]{1 + \sqrt[4]{x}}}{\sqrt{x}} dx.$

4. (1) $\int_1^9 x \sqrt[3]{1-x} dx.$

5. (1) $\int_{0.5}^2 \left(1 + x - \frac{1}{x}\right) e^{x+1/x} dx.$

6. (2) Расставьте в порядке возрастания числа:

$$\frac{1}{2}, \int_0^1 \frac{x \sin x}{2+x} dx, \int_0^1 \frac{e^{x^{100}}}{2} dx, \int_0^1 \frac{x^2}{1+2x} dx, \int_0^1 \frac{x}{\sqrt[3]{1+x}} dx, \int_0^1 \frac{x}{1+2x} dx.$$

7. (2) $\int_{e^{-2\pi n}}^1 \left| \left(\cos \ln \frac{1}{x} \right)' \right| dx, \quad n \in \mathbb{N}.$

8. (1) Пусть

$$F(x) = -\frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{3x(x^2 - 1)}{x^4 - 4x^2 + 1}.$$

Покажите, что $F'(x) = \frac{1+x^4}{1+x^6}$, и объясните, почему $\int_0^1 \frac{1+x^4}{1+x^6} dx$ не равен $F(x)|_0^1$.

9. (2) Найдите $\int_0^{\pi/2} \sin^m(x) \sin((m+2)x) dx, \quad m \in \mathbb{N}.$

10. (2) Найдите

$$\frac{d}{dx} \left(\begin{array}{c} \int_x^a \frac{\sin x^2}{x} dx \\ \int \frac{\sin x^2}{x} dx \\ \int_a^x \frac{\sin a^2}{a} da \end{array} \right).$$

11. (1) Найдите $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^{\sin x} \sqrt{\operatorname{tg} t} dt}{\int_0^{\operatorname{tg} x} \sqrt{\sin t} dt}$.
12. (2) Найдите $F(\alpha) = \int_0^{\pi} \frac{\sin^2 x dx}{1 + 2\alpha \cos x + \alpha^2}$ и постройте график функции $F(\alpha)$.
13. (3) Пусть $P_n(x)$ – многочлен, получающийся после n -кратного дифференцирования $(x^2 - 1)^n$. Найдите $\int_{-1}^1 P_n^2(x) dx$.