

# Домашнее задание №2

## Группа 504

Количество баллов на зачёт: **7.5**

1. (2 балла) Сколько существует шестизначных чисел, сумма цифр которых не превосходит 47?
2. (1 балл) Сколькими способами можно выбрать на шахматной доске два поля, не лежащие на одной горизонтали или вертикали?
3. (2 балла) Рассмотрим все пятизначные положительные числа, в которых присутствует хотя бы одна девятка. Сколько таких чисел делится на три?
4. (2 балла) Доказать комбинаторно следующее тождество:

$$\binom{n+1}{k} = \sum_{i=0}^k \binom{n}{k-i}.$$

С его помощью доказать справедливость равенства

$$\binom{n+k}{n+1} = \sum_{i=0}^k \binom{n+k-i-1}{n}.$$

5. (1 балл) В алфавите племени Бум-Бум всего шесть букв. Любое слово состоит у них из шести символов, причем в каждом таком слове должны быть хотя бы две одинаковые буквы. Сколько всего слов в языке племени Бум-Бум?
6. (2 балла) Подсчитать количество разбиений числа  $k$  при ограничениях

$$a_i \geq s_i, \quad i = 1, \dots, n; \quad s_1 + s_2 + \dots + s_n =: s \leq k.$$

7. (1 балл) Восемь студентов выбирают себе спецкурсы на семестр из списка, состоящего из четырех спецкурсов. Сколькими способами студенты могут записаться на эти спецкурсы так, чтобы каждый студент записался хотя бы на один спецкурс?
8. (1,5 балла) Сколько существует бинарных (т.е. состоящих из цифр 0 и 1) строк длины  $n$ , содержащих  $k$  единиц? А бинарных строк длины  $n$ , содержащих  $k$  единиц и таких, в которых никакие две единицы не стоят рядом?