

# Машина Тьюринга.

15 Февраля 2018

1. Постройте машину Тьюринга, которая выдает 1 на всех строках вида  $0^{2^n}$  (строка из  $2^n$  нулей) и 0 на всех строках состоящих из другого количества нулей.
2. Постройте машину Тьюринга, которая распознает язык  $L = \{a^i b^j c^k \mid i \times j = k, \text{ and } i, j, k \leq 1\}$ . То есть выдает 1 на всех входах из множества  $L$  и 0 иначе.
3. Являются ли одноленточные МТ у которых каретка двигается каждый шаг слабее, чем просто одноленточные МТ.
4. Обозначим через LOOKUP следующую функцию: принимая на вход пару  $(x, i)$ . LOOKUP выдает  $i$ -ый бит строки  $x$  или 0, если  $|x| < i$ . Докажите, что LOOKUP можно вычислить с помощью машины Тьюринга за полиномиальное количество шагов.
5. Опишите детали представления машины Тьюринга в виде бинарной строки. То есть опишите процедуру по любой машине Тьюринга  $M$  строящую бинарную строку  $m'$ . При этом по строке  $m'$  можно восстановить машину Тьюринга  $M$  или хотя бы машину эквивалентную машине  $M$ .
6. Забывающей (oblivious) машиной Тьюринга называется МТ, каретка которой двигается по ленте, зависимо только от длины входа (то есть для всех входов одной и той же длины каретка пробежит один и тот же путь). Покажите, что любую машину Тьюринга с временем работы  $T(n)$  можно переделать в забывчивую МТ с временем работы  $T(n)$ .
7. Назовем МТ однопишущей, если она является одноленточной и может изменить состояние каждой клеточки не более одного раза. Покажите, что для любой обычно МТ существует эквивалентная

однопишущая машина Тьюринга. (Подсказка: рассмотрите вначале двупишущую МТ, может изменить клеточку не более 2 раз).

Ассоциативным исчислением будем называть конечный набор правил  $P \rightarrow Q$ , где  $P$  и  $Q$  слова некоторого алфавита. Из слова  $X$  мы можем получить слово  $Y$  для заданного набора ассоциативных правил, если существует такая последовательность слов  $X = X_0, X_1, \dots, X_n = Y$ , что  $X_i = A_i P B_i$  и  $X_{i+1} = A_{i+1} Q B_{i+1}$ , где  $P \rightarrow Q$  некоторое заданное ассоциативное правило.

8. Пусть  $M$  – машина Тьюринга, алфавит которой включает 0 и 1 (машина одноленточная и на ленте после работы остается только выход). Тогда можно построить ассоциативное исчисление  $I$  с таким свойством: двоичное слово  $Y$  является результатом работы машины на двоичном слове  $X$  тогда и только тогда, когда слово  $[X]$  по правилам исчисления  $I$  можно преобразовать в слово  $Y$ .
9. Покажите, что предыдущая задача не будет верна без дополнительных символов  $[, ]$ .