

8 сентября 2017

Рекуррентное соотношение:

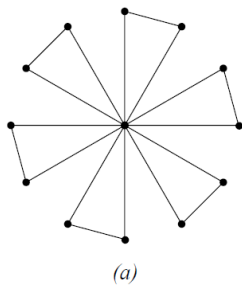
$$t(G) = t(G - e) + t(G \setminus e),$$

где $G - e$ — граф G с удаленным ребром e , $G \setminus e$ — граф, полученный из G стягиванием ребра e .
Матричная теорема о деревьях:

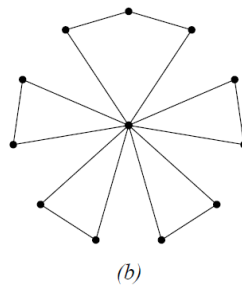
$$t(G) = \det(L^*),$$

где L^* — матрица Кирхгофа.

1. Без использования рекуррентного соотношения и матричной теоремы о деревьях подсчитать количество остовных деревьев у графов, изображенных на рис. 1.
2. Используя рекуррентное соотношение, подсчитать количество остовных деревьев графа $K_{2,3}$.
3. Подсчитать количество остовных деревьев в графе, изображенном на рис. 2, как с использованием рекуррентного соотношения, так и с помощью матричной теоремы о деревьях
4. Используя рекуррентное соотношение, подсчитать количество остовных деревьев графа $K_1 \vee P_n$ "вер" (рис. 3), полученного добавлением к P_n вершины, смежной с каждой из вершин пути P_n . Можно ли выразить это количество через числа Фибоначчи?
5. Без использования рекуррентного соотношения и матричной теоремы о деревьях подсчитать количество остовных деревьев графа $K_{2,n}$.
6. Подсчитать количество различных непомеченных остовных деревьев графа $K_{2,n}$.
7. Используя матричную теорему о деревьях, подсчитать количество всех деревьев на n вершинах.
8. В случае d -регулярного графа G выразить собственные числа матрицы Кирхгофа $L(G)$ графа G через собственные числа матрицы M_a смежности графа G .

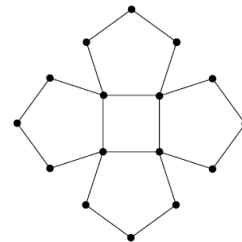


(a)



(b)

(a)



(b)

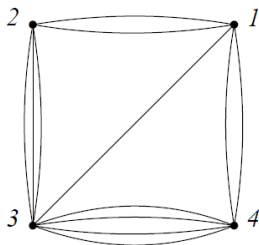


Рис. 2

Рис. 1

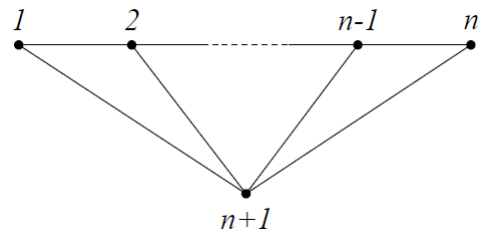


Рис. 3