

23 ноября 2017

1. Какова мощность множества возможных расположений по клеточкам доминошки на бесконечном клетчатом поле?
2. Докажите, что
 - (a) $(2n)! < [n(n+1)]^n$
 - (b) $(1 + \frac{1}{n})^n < 3$
 - (c) $(\frac{n}{3})^n < n!$
3. Найдите оценки и асимптотические выражения для величин $\binom{2n}{n}$, $\binom{3n}{n}$, $\binom{4n}{n}$.
4. Найдите оценки и асимптотические выражения для величин $\binom{kn}{n}$.
5. Найдите асимптотику функции $\log \binom{n}{\sqrt{n}}$.
6. Докажите $(\frac{n}{k})^k \leq \binom{n}{k} \leq \frac{n^k}{k!} < (\frac{en}{k})^k$.
7. Если $k \leq \sqrt{n}$, то $\frac{n^k}{k!} \geq \binom{n}{k} \geq \frac{n^k}{4k!}$.
8. Вычислите произведение $2 \times 4 \times \dots \times 2n$ с помощью формулы Стирлинга.
9. Вычислите произведение $1 \times 3 \times \dots \times 2n - 1$ с помощью формулы Стирлинга.
10. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 \times 3 \times \dots \times (2n-1)}{2 \times 4 \times \dots \times 2n}$.
11. Оцените количество людей в группе, при котором вероятность того, что у двух из них совпадет день рождения, будет больше $1/2$.