

Нижние оценки на хроматическое число. Теорема Турана.

3 марта 2017 г.

1. Доказать, что если $n = t \cdot k + r$, где $0 \leq r < k$. То наибольшее количество ребер в k -дольном графе из n вершин равно

$$\frac{k-1}{2k} \cdot n^2 - \frac{r(k-r)}{2k}.$$

2. Доказать, что простой связный граф, построенный на n вершинах и m ребрах, имеет по меньшей мере

$$(4m - n^2) \frac{m}{3n}$$

треугольников.

3. Предъявить нижнюю оценку на количество вершин в k -регулярном графе G , имеющего обхват, больший или равный g . Рассмотреть отдельно случаи четного и нечетного значения g .
4. Доказать, что обхват графа G , построенного на n вершинах и имеющего как минимум $\frac{1}{2}n\sqrt{n-1}$ ребер, не превосходит четырех.
5. Доказать, что для всех $k \geq 2$ справедливы неравенства

$$\chi(C_{2k+1}) > \omega(C_{2k+1}), \quad \chi(\bar{C}_{2k+1}) > \omega(\bar{C}_{2k+1}).$$

6. Построить полиномиальный алгоритм для следующих задач:
 - (i) Покрасить двудольный граф правильно в два цвета.
 - (ii) Покрасить граф в $\Delta + 1$ цвет, если Δ — максимальная степень вершины.
 - (iii) Дан 3-раскашиваемый граф, требуется покрасить его не более, чем в $O(\sqrt{n})$ цветов.