

## Дифференциальные уравнения, осень 2016

1. Равномерная сходимость последовательности функций.
2. Пространство  $C[a, b]$ . Метрика и полнота.
3. Компактность в метрических пространствах.
4. Теорема Арцела-Асколи.
5. Постановка задачи. Системы дифференциальных уравнений. Задача Коши.
6. Сведение задачи Коши к интегральному уравнению.
7. Ломаные Эйлера. Свойства.
8. Теорема Пеано о существовании решения задачи Коши.
9. Лемма Гронуолла (в дифференциальной и в интегральной форме). Следствия.
10. Липшицевы функции.
11. Единственность решения задачи Коши при липшицевой правой части.
12. Продолжение решений. Максимальный интервал существования решения.
13. Норма матрицы.
14. Системы линейных дифференциальных уравнений. Существование и единственность решения.
15. Однородные линейные системы. Пространство решений.
16. Определитель Вронского для линейных систем. Формула Лиувилля-Остроградского.
17. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами.
18. Вычисление экспоненты от матрицы.
19. Оценка нормы матричной экспоненты  $\|e^{Ax}\|$ .
20. Двумерные системы с постоянными коэффициентами. Случай  $\lambda_1 \neq \lambda_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .
21. Двумерные системы с постоянными коэффициентами. Случай  $\lambda_1, \lambda_2 \notin \mathbb{R}$ .
22. Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольных постоянных.
23. Скалярные линейные уравнения  $n$ -ного порядка. Существование и единственность решения задачи Коши. Пространство решений однородного уравнения.
24. Скалярные линейные уравнения  $n$ -ного порядка. Вронсиан. Формула Лиувилля-Остроградского.
25. Скалярные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический полином. Фундаментальная система решений.
26. Неоднородные скалярные линейные уравнения. Метод вариации произвольных постоянных.
27. Уравнение колебаний струны.
28. Краевые задачи для скалярного уравнения второго порядка. Случай, когда однородная задача имеет только тривиальное решение.
29. Краевые задачи для скалярного уравнения второго порядка. Случай, когда однородная задача имеет нетривиальное решение.
30. Функция Грина краевой задачи для уравнения второго порядка.
31. Аналогия между краевыми задачами для скалярного уравнения второго порядка и системами уравнений в линейной алгебре.
32. Непрерывная зависимость решений задачи Коши от начальных данных и от параметров.
33. Дифференцируемость решений задачи Коши по начальным данным и параметрам.
34. Устойчивость, асимптотическая устойчивость. Определения.
35. Устойчивость для систем линейных дифференциальных уравнений.
36. Устойчивость для нелинейных систем вида  $z'(x) = Az(x) + b(x, z)$ . Случай  $\operatorname{Re} \lambda < 0$  при всех  $\lambda \in \sigma(A)$ .
37. Устойчивость для нелинейных систем вида  $z'(x) = Az(x) + b(x, z)$ . Случай  $\operatorname{Re} \lambda > 0$  при некотором  $\lambda \in \sigma(A)$ . Примеры.
38. Уравнения в частных производных первого порядка. Характеристики. Система характеристических уравнений.
39. Граничные условия для уравнений в частных производных. Допустимые тройки. Условие нехарактеристичности поверхности.
40. Свойства решений характеристической системы.
41. Локальная обратимость отображения  $(y; t) \mapsto x$  для решений характеристической системы.
42. Локальная теорема существования для уравнений в частных производных первого порядка.
43. Квазилинейные однородные уравнения первого порядка в частных производных.
44. Метод характеристик для уравнения Гамильтона-Якоби.

Рекомендуемая литература

- Ю. Н. Бибииков, *Общий курс обыкновенных дифференциальных уравнений*, 2005.  
В. И. Арнольд, *Обыкновенные дифференциальные уравнения*, 1984.  
Л. С. Понтрягин, *Обыкновенные дифференциальные уравнения*, 1970.