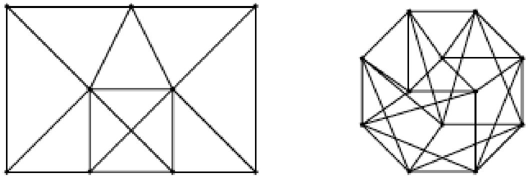
Упражнения

4.1. Доказать с помощью теоремы Куратовского непланарность графа G, изображенного на рис.61,a.

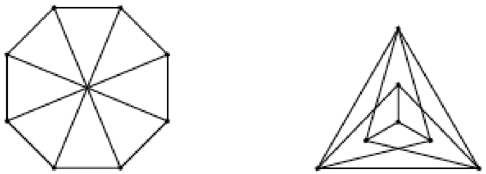


(a) (b)

Рис. 61

4.2. Найти выпуклое вложение в плоскость графа G, показанного на рис.61,b.

4.3. Для графа G, изображенного на рис.62,a, найти выпуклое вложение G в плоскость или доказать его непланарность как с помощью формулы Эйлера, так и с помощью теоремы Куратовского.



(a) (b)

Рис. 62

4.4. Для графа G, изображенного на рис.62,b, найти выпуклое вложение G в плоскость или доказать его непланарность как с помощью формулы Эйлера, так и с помощью теоремы Куратовского.

4.5. Для графа G, изображенного на рис.63, найти выпуклое вложение G в плоскость или доказать его непланарность как с помощью формулы Эйлера, так и с помощью теоремы Куратовского.

4.6. Граф G называется внешнепланарным (outerplanar graph), если для него существует вложение $\widetilde{G}$ в плоскость, такое, что все его вершины лежат на границе его внешней грани. Доказать, что графы K_4 и $K_{2,3}$ не являются внешнепланарными.

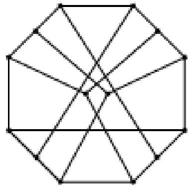


Рис. 63

4.7. Доказать, что граф G является внешнепланарным тогда и только тогда, когда он не содержит графы K_4 или $K_{2,3}$ в качестве своих миноров.

4.8. Показать, что в любом простом внешнепланарном графе обязательно существует вершина, степень которой меньше или равна двум, причем в случае графа, построенного на $n > 3$ вершинах, имеется как минимум две несмежные вершины, степени которых не превосходят двух.

4.9. Какое максимально возможное количество ребер может иметь внешнепланарный граф? Когда достигается этот максимум?