



8. Приведите нетривиальный пример категории, в которой для всех  $A$  и  $B$  существуют сумма и произведение и  $A \amalg B \simeq A \times B$ .
9. Идемпотентный морфизм  $h : B \rightarrow B$  является расщепленным, если существуют  $f : A \rightarrow B$  и  $g : B \rightarrow A$  такие, что  $g \circ f = id_A$  и  $f \circ g = h$ . Докажите, что если в категории существуют коуравнители, то любой идемпотентный морфизм расщеплен.
10. Докажите, что если в категории существуют терминальный объект и пулбэки, то в ней существуют все конечные пределы.
11. Пусть  $J = (V, E)$  – некоторый граф,  $D$  – диграмма формы  $J$  в категории  $\mathbf{C}$ , и  $A$  – конус диаграммы  $D$ . Мы будем говорить, что конус  $A$  является *слабым пределом*, если для него выполняется уникальность, но не обязательно существование стрелки из определения предела. Обратите внимание, что слабые пределы не обязательно уникальны. Например, любой пулбэк  $A \times_C B$  – это слабый предел дискретной диаграммы, состоящей из объектов  $A$  и  $B$ .

Докажите, что если для некоторой диаграммы существует предел  $L$ , то некоторый конус является слабым пределом тогда и только тогда, когда он является подобъектом  $L$ .