

# Население типов в просто типизированном лямбда-исчислении

Научный руководитель: Денис Николаевич Москвин

Даниил Смирнов

Академический университет

23 июня 2017 г.

# Определения

- Терм

- 1  $x$  — переменная
- 2  $\lambda x \rightarrow M$  — абстракция
- 3  $MN$  — аппликация

Замкнут, если любая переменная связана абстракцией

- Типы (по Чёрчу)

- 1  $x^\alpha : \alpha$
- 2  $\lambda x^\alpha \rightarrow M^\beta : \alpha \rightarrow \beta$
- 3  $M^{\alpha \rightarrow \beta} N^\alpha : \beta$

- Контекст — множество типизированных термов

# Задача

Дан тип:

$(a \rightarrow a) \rightarrow a \rightarrow a$  (числа Чёрча)

Вывести термы этого типа:

$\lambda st \rightarrow t, \lambda st \rightarrow st, \lambda st \rightarrow s(st) \dots$

# Алгоритм

$$I(\Gamma; \alpha \rightarrow \tau) \Rightarrow I(\Gamma, x^\alpha; \tau)$$

$$I(\Gamma, \tau) \Rightarrow \forall t^{\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow \dots \alpha_n \rightarrow \tau} \in \Gamma, a_1 \in I(\Gamma, \alpha_1), a_2 \in I(\Gamma, \alpha_2), \dots a_n \in$$

$$I(\Gamma, \alpha_n) : ta_1 a_2 \dots a_n$$

# Трудности

- 1 писать на Haskell
- 2  $a \rightarrow a$  — самый простой случай — всё ОК
- 3  $(a \rightarrow a) \rightarrow a \rightarrow a$  — бесконечное семейство — относительно ОК
- 4  $(a \rightarrow a \rightarrow a) \rightarrow a \rightarrow a$  — несколько бесконечных семейств
- 5  $((a \rightarrow a) \rightarrow a) \rightarrow a \rightarrow a$  — бесконечные термины

- 1 алгоритм успешно реализован
- 2 есть интерфейс для работы в командной строке
- 3 в будущем на основе выполненной работы можно будет рассматривать более богатые системы типов, в которых даже алгоритмическая разрешимость сформулированной задачи неочевидна

## Использованная литература и ссылка на репозиторий

Lambda Calculus with Types (Perspectives in Logic) by Henk Barendregt, Wil Dekkers, Richard Statman

<https://github.com/Denzed/STLC-type-inhabitation>