

Зачётная работа по комбинаторике

19 декабря 2012 г.

Элементарная комбинаторика

- [1] 16 депутатов голосуют за законопроект. Каждый депутат может проголосовать «за», «против», воздержаться или отказаться голосовать. Сколькими способами может пройти голосование?
- [2] В условиях предыдущей задачи: сколькими способами может пройти голосование, если известно, что есть и голоса «за», и голоса «против»?
- [1] Сколько различных слов можно получить, переставляя буквы слова «метаматематика»?
- [2] Сколькими способами можно выбрать из 30 человек футбольную и баскетбольную команды (11 и 5 человек), если:
 - команды не могут пересекаться?
 - команды должны пересекаться?
- [1] Сколько существует перестановок $[n]$, таких, что сумма любых двух последовательно идущих чисел нечётна?
- [2] Что больше -2^n или число Белла B_n ? Ответ обоснуйте.

Производящие функции

- [3] Решите рекуррентное соотношение:

$$a_{n+1} = (n+1)(a_n - n + 1), n \geq 0;$$

$$a_0 = 1$$

- [2] Два преподавателя делят группу из n студентов на две подгруппы по алфавиту. Затем каждый преподаватель в своей подгруппе выставляет 6 зачётов автоматом. Постройте производящую функцию для числа способов выполнить такую операцию a_n .
- [3] Два преподавателя делят группу из n студентов на две подгруппы по алфавиту. Затем каждый преподаватель в своей подгруппе выставляет k зачётов автоматом. Постройте производящую функцию двух переменных для числа способов выполнить такую операцию $a_{n,k}$.
- [2] Два преподавателя произвольным образом делят группу из n студентов на две подгруппы. Затем каждый преподаватель в своей подгруппе выставляет 6 зачётов автоматом. Постройте производящую функцию для числа способов выполнить такую операцию a_n . Убедитесь, что она совпадает с комбинаторным решением.
- [3] Большим числом Шрёдера называется число путей из $(0, 0)$ в $(2n, 0)$, состоящих из шагов $(1, 1)$, $(1, -1)$ и $(2, 0)$ и не спускающихся ниже оси OX . Составьте функциональное уравнение для производящей функции больших чисел Шрёдера.
- [2] Решите уравнение из предыдущей задачи.