

Приближенный алгоритм для MAX
Asymmetric Travelling Salesman Problem

Автор: Зуев М.А.

Научный руководитель: Куликов А.С.

Формулировка задачи

MAX ATSP – в полном ориентированном взвешенном графе с неотрицательными весами найти гамильтонов цикл максимального веса.

MAX ATSP – NP-hard.

α -приближенный алгоритм для MAX ATSP – алгоритм получающий на выходе гамильтонов цикл веса не менее $\alpha \text{ opt}$.

Предложенные задачи

1. Придумать $\frac{1}{2}$ приближенный алгоритм для MAX ATSP;
2. Попытаться улучшить полученный алгоритм до $\frac{2}{3}$ приближенного.

$\frac{1}{2}$ приближенный алгоритм

1. Найдем максимальное циклическое покрытие (решается сведением к поиску максимального паросочетания);
2. Удалим из каждого цикла ребро минимального веса. Получим набор непересекающихся путей веса не менее $\frac{1}{2} \text{opt}$;
3. Дополним набор путей до одного цикла любым способом.

Неудачные попытки решения

1. Попытка решить через покрытия циклами длины не меньше 3;
2. Комбинирование различного количества паросочетаний и покрытий;
3. Решить задачу для неориентированного графа и переделать алгоритм для ориентированного (результат – $\frac{3}{4}$ приближенный алгоритм для неориентированного графа с четным количество вершин).

Основные идеи полученного решения

1. Преобразование графа из максимального циклического покрытия и максимального паросочетания;
2. Избавляемся от проблем с циклами длины 2;
3. Раскраска графа в 2 цвета в набор путей.

Полученный $\frac{5}{8}$ приближенный алгоритм

1. Строим набор графов из циклических покрытий и паросочетаний;
2. Преобразовываем каждый граф с помощью удаления или разворота ребер в нем и других;
3. Покраска полученный графа в пути 2-х цветов;
4. Выбор максимального по весу набора, дополнения его до цикла.

Что не получилось

1. Доказать одно из утверждений про раскраску. Одно из найденных доказательств опровергнуто, второе не закончено. Для данного утверждения существует доказательство верности.
2. Не получен корректный алгоритм построения набора графов. Верная идея использования линейного программирования (существует конструкция, которое использует ту же идею) не доведена до конца.
3. Не удалось довести алгоритм до $\frac{2}{3}$ приближенного.
($\frac{5}{8} = 15/24 < 16/24 = \frac{2}{3}$)

Решения

Подробные решения можно найти по ссылке <https://drive.google.com/open?id=0BzzfOURY1C6LbEUwTU5ueDN6Nk0>