

Задание 7

07.05.2018

FL 27 Докажите, что следующие языки не являются контекстно-свободными:

- c) $\{w \mid w \in \{a, b, c\}^*, |w|_a \cdot |w|_b < |w|_c\}$
- d) $\{a^m b^n \mid m, n \in \mathbb{N}, n \mid m\}$

FL 28 Докажите, что класс контекстно-свободных языков не замкнут относительно операции

- c) $\frac{1}{2}L = \{u \mid u \in \Sigma^*, \exists v \in \Sigma^* : |u| = |v|, uv \in L\}$
- d) $SHUFFLE(L_1, L_2) = \{a_1 b_1 \dots a_n b_n \mid a_i, b_j \in \Sigma, a_1 \dots a_n \in L_1, b_1 \dots b_n \in L_2\}$

FL 29 Докажите, что каждая обыкновенная грамматика, генерирующая язык

$L = \{w_1 w_2 \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^*, w_1 = w_1^R, w_2 = w_2^R\}$, неоднозначна.

FL 31 Докажите, что следующие языки генерируются конъюнктивными грамматиками:

- b) $\{w c w \mid w \in \{a, b\}^*\}$
- c) $\{a^{4^n} \mid n \geq 0\}$

FL 32 Докажите, что если $L \subseteq \{a, b\}^*$ — регулярный язык, то $PERMUTE(L)$ контекстно-свободный.

Определение. *Линейной грамматикой называется обыкновенная грамматика, у которой каждое правило вывода содержит не более одного нетерминального символа в правой части.*

FL 33 Докажите следующую вариацию леммы о накачке для линейных языков:

Лемма. *Для каждого языка $L \subseteq \Sigma^*$, порождаемого линейной грамматикой, существует такая константа $p \geq 1$, что для любой строки $w \in L$, для которой $|w| \geq p$, существует разложение $w = xuvyz$, где $|uv| > 0$ и $|xuvz| \leq p$, для которого $xu^i y v^i z \in L$ при всех $i \geq 0$.*

FL 34 Докажите, что язык Дика (правильных скобочных последовательностей) не порождается линейной грамматикой.

FL 35 Докажите, что класс языков, порождаемых линейными грамматиками, не замкнут относительно конкатенации.

Определение. *Пусть некоторая детерминированная машина Тьюринга T на входе w останавливается за n шагов. Историей вычисления T на входе w называется строка*

$$C_T(w) = w \# C_0 \# C_1 \# \dots \# C_{n-1} \# C_n \# C_n^R \# C_{n-1}^R \dots \# C_1^R \# C_0^R,$$

где $C_i = C_i(T, w)$ — конфигурация машины после i шагов вычисления.

Языком всех принимающих вычислений (the language of valid accepting computations) машины T будем называть язык $VALC(T) = \{C_T(w) \mid w \in L(T)\}$

Известна следующая

Лемма. *Для каждой машины Тьюринга T существует и может быть конструктивно построена по T такая пара однозначных линейных грамматик G_1 и G_2 , что $L(G_1) \cap L(G_2) = VALC(T)$ и дополнения языков $L(G_1), L(G_2)$ также порождаются линейными грамматиками.*

FL 36 Докажите, что следующие задачи неразрешимы:

- a) “Для данных двух линейных грамматик ответить, является ли пустым пересечение порождаемых ими языков”
- b) “Для данной линейной грамматики ответить, является ли она однозначной”
- c) “Для данной линейной грамматики ответить, порождает ли она множество всех возможных строк Σ^* ”
- d) “Для данных двух линейных грамматик ответить, порождают ли они один и тот же язык”

FL 37 Разрешимы ли следующие задачи:

а) “Для данной обыкновенной грамматики ответить, конечно ли множество строк, для которых она задаёт более одного дерева разбора”

б) “Для данных двух обыкновенных грамматик ответить, существует ли такое число $l \geq 0$, что каждая из двух грамматик порождает какую-то строку длины l ”

FL 38 Какой класс языков распознают МП-автоматы с двумя стеками?