

K-ая статистика

K-ая статистика массив A - это эл-т, который будет стоять на k-ой позиции в отсортированном A.

- min / max эл-т
- 1-ая статистика / n-ая статистика
- Медиана

$\lfloor \frac{N}{2} \rfloor$ - статистика

offtopic: Partial sort $\approx O(n + k \log n)$
 $O(kn)$

Randomized-Selection (A, i, j, k):

$x \leftarrow \text{Pivot}(A, i, j)$

A[i, j]

A[<x]

A[=x]

A[>x]

len

a

b

c

Важно:

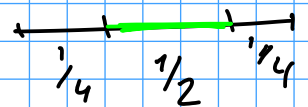
Randomized-Selection (A[>x], k-a-b)

Худший случай: $T(n) \leq T(n-1) + O(n) \Rightarrow T(n) = O(n^2)$

Какая оценка: $E(T(n)) = O(n \log n)$

$T(n) \leq T(\frac{3}{4}n) + O(n)$

$E = \frac{1}{2} + \frac{1+E}{2} \Rightarrow E = 2$



В среднем: $T(n) = O(n)$

$$\log_6 a \quad d$$

$$\log_{\frac{4}{3}} 1 < 1$$

Медiana медiana

Вход: массив A

1. Разбиваем на 5-ки



2. Сортируем \forall 5-ку (Insertion Sort)



3. Выбираем медиану

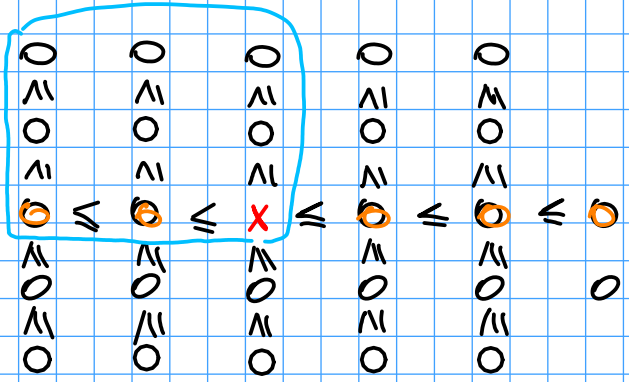


4. Запускаем рекурсию на A'

5. Медиану из рекурс. вызова передаём в Partition(A, x)

медиана (with an arrow pointing to the 'x' in the previous block)

6. Рекурсивно выполняется и результат вызова Partition(...)



$$\frac{N}{2} \cdot \frac{3}{5} \sim \left\lfloor \frac{3}{10} N \right\rfloor$$

↑

эл. $\leq x$

$$\rightarrow T(n) = T\left(\frac{N}{5}\right) + T\left(\frac{7}{10}N\right) + O(n) \leq T(n)$$

$$\rightarrow] T(n) = cN + k \Rightarrow$$

$$\frac{cN}{5} + k + c \cdot \frac{7}{10} \cdot N + k + dn + Q =$$

$$= c \cdot \frac{9}{10} N + dn + 2k + Q \leq cN + k$$

$$\frac{1}{10} cN \geq dn + Q + k$$

$$cN \geq 10dn + 10(Q + k)$$

$$c > 10d$$

$$c = 10d + Q + k$$

$$N \geq 10$$

$$T(n) \leq 2T\left(\frac{n}{2}\right) + O(n)$$

$$\} T(n) = cN + k$$

$$\cancel{2c \cdot \frac{n}{2}} + 2k + dn + Q \leq \cancel{cN} + k$$

$$k + dn + Q \leq 0 \rightarrow \text{нротиворечие}$$

$$10 \cdot (\cancel{10d} + (Q+k)) \geq \cancel{10d} \cdot 10 + \cancel{10(Q+k)}$$