

Оценки на размер доказательств для невыполнимых формул, кодирующих задачу о совершенном паросочетании

Анастасия Софронова

Научный руководитель: Дмитрий Олегович Соколов

1. Научная работа
2. Посещение семинаров

Булева формула в КНФ состоит из конъюнкции дизъюнктов.

Оценки на размер доказательств для невыполнимых формул, кодирующих задачу о совершенном паросочетании

Анастасия Софронова

Научная работа

Семинары

Булева формула в КНФ состоит из конъюнкции дизъюнктов.

Пример

- ▶ G – граф.



$$\bigvee_{i=0}^{\deg(v)} x_{e_{v,u_i}}$$

Для каждой вершины должно быть выбрано хотя бы одно инцидентное ей ребро.



$$\forall u_i, u_j : \bar{x}_{e_{x,u_i}} \vee \bar{x}_{e_{x,u_j}}$$

Для каждой вершины выбрано не более одного ребра.

Определение

Система доказательств для языка L – такой алгоритм Π ,
что:

1. Если $x \in L$, то существует y , т.ч. $\Pi(x, y) = 1$
2. Если $x \notin L$, то для любого y $\Pi(x, y) = 0$

Определение

Система доказательств для языка L – такой алгоритм Π , что:

1. Если $x \in L$, то существует y , т.ч. $\Pi(x, y) = 1$
2. Если $x \notin L$, то для любого y $\Pi(x, y) = 0$

Пример

Метод резолюций

$$\frac{D \vee x, D' \vee \bar{x}}{D \vee D'}$$

Система доказательств $Res(\oplus)$:

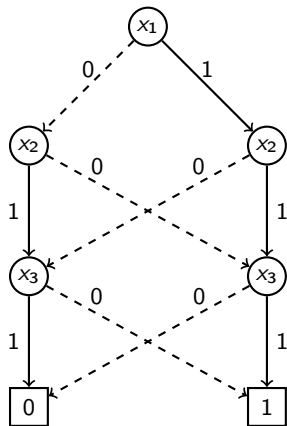
- ▶ Дизъюнкты вида $\vee f_i$, где f_i – линейные уравнения на переменные по модулю 2.

Пример:

$$x_1 = 0 \vee x_1 + x_2 = 1$$

- ▶ Доказательство – последовательность дизъюнктов D_0, \dots, D_n .
- ▶ $\frac{D \vee f=0, D' \vee f=1}{D \vee D'}$
- ▶ $\frac{D}{D'}$, где все подстановки, выполняющие D , выполняют D' .
- ▶ D_n – пустой.

OBDD:



- ▶ Ориентированный ациклический граф.
- ▶ π – фиксированный порядок переменных.
- ▶ Доказательство – последовательность OBDD D_0, \dots, D_n .
- ▶ $\frac{D, D'}{C = D \wedge D'}$
 $size(C) \leq size(D) \cdot size(D')$
- ▶ $\frac{D}{D'}, \forall x : D'(x) \geq D(x)$
- ▶ D_n считает функцию, равную 0.

Мотивация:

- ▶ Интересует минимальная длина доказательства в разных системах.
- ▶ Доказательство оценок для разных систем в перспективе может помочь разделить классы P и NP.

Формула ϕ в КНФ кодирует существование совершенного паросочетания в некотором графе G с нечётным количеством вершин.

Оценки на
размер
доказательств
для
невыполнимых
формул,
кодирующих
задачу о
совершенном
паросочетании

Анастасия
Софронова

Научная работа

Семинары

Формула ϕ в КНФ кодирует существование совершенного паросочетания в некотором графе G с нечётным количеством вершин.

Задача

Построить опровержение формулы ϕ в системе доказательств $Res(\oplus)$ полиномиального размера.

Оценки на
размер
доказательств
для
невыполнимых
формул,
кодирующих
задачу о
совершенном
паросочетании

Анастасия
Софронова

Научная работа

Семинары

Формула ϕ в КНФ кодирует существование совершенного паросочетания в некотором графе G с нечётным количеством вершин.

Задача

Построить опровержение формулы ϕ в системе доказательств $Res(\oplus)$ полиномиального размера.

Задача

Построить древовидное опровержение формулы ϕ полиномиального размера и глубины $O(\log(n) \cdot \max(\deg(v)))$.

Формула ϕ в КНФ кодирует существование совершенного паросочетания в некотором графе G с нечётным количеством вершин.

Задача

Построить опровержение формулы ϕ в системе доказательств $Res(\oplus)$ полиномиального размера.

Задача

Построить древовидное опровержение формулы ϕ полиномиального размера и глубины $O(\log(n) \cdot \max(\deg(v)))$.

Задача

Построить опровержение формулы ϕ в виде последовательности OBDD полиномиального размера.

Мои решения данных задач можно прочитать по ссылке:
<https://drive.google.com/open?id=0BykKT9X8zr2bcU80VTJtcmVHaW8>

Что делать дальше:

Дальнейшая деятельность может включать в себя попытку получить какие-либо оценки для случая графов с чётным количеством вершин.

Также в этом семестре я помещала семинары по теоретической информатике. Темой семинаров были FPT-алгоритмы.