

# Основные обозначения, используемые в курсе

## «Алгебраические структуры»

(лектор: Е. Е. Горячко)

### Множества и отображения

$\mathbb{N}_0$	множество, состоящее из нуля и натуральных чисел
$X^n$	$n$ -я прямая степень множества $X$ ( $n \in \mathbb{N}_0$ )
$\text{Map}(X, Y)$	множество отображений, действующих из множества $X$ в множество $Y$
$\text{Inj}(X, Y)$	множество инъекций, действующих из множества $X$ в множество $Y$
$\text{Surj}(X, Y)$	множество сюръекций, действующих из множества $X$ в множество $Y$
$\text{Bij}(X, Y)$	множество биекций, действующих из множества $X$ в множество $Y$
$f(A)$	образ подмножества $A$ области отображения $f$ под действием отображения $f$
$f^{-1}(B)$	прообраз подмножества $B$ кообласти отображения $f$ под действием отображения $f$
$\text{Im } f$	образ отображения $f$
$X/\sim$	фактормножество множества $X$ по отношению эквивалентности $\sim$

### Универсальная алгебра

$\text{Hom}(S, V)$	множество гомоморфизмов, действующих из $\sigma$ -структуры $S$ в $\sigma$ -структуру $V$
$\text{End}(S)$	моноид эндоморфизмов $\sigma$ -структуры $S$
$\text{Aut}(S)$	группа автоморфизмов $\sigma$ -структуры $S$
$\cong$	изоморфность
$\leq$	включение в качестве подструктуры
$\langle D \rangle$	подструктура, порожденная подмножеством $D$ $\sigma$ -структуры
$R \times T$	прямое произведение $\sigma$ -структур $R$ и $T$
$S/\sim$	факторструктура $\sigma$ -структуры $S$ по конгруэнции $\sim$
$(\Delta)$	конгруэнция, порожденная бинарным отношением $\Delta$ на $\sigma$ -структуре
$\text{Ker } f$	ядро гомоморфизма $f$
$\text{Var}_I$	многообразие моделей множества $\sigma$ -тождеств $I$
$F_I(B)$	свободная $\sigma$ -структура в многообразии $\text{Var}_I$ , порожденная множеством $B$
$\langle D \mid \Delta \rangle_I$	$\sigma$ -структура в многообразии $\text{Var}_I$ , заданная множеством образующих $D$ и множеством соотношений $\Delta$ ( $\Delta$ — бинарное отношение на $\sigma$ -структуре $F_I(D)$ )

### Основные алгебраические структуры

$F_n$	свободная группа ранга $n$ ( $n \in \mathbb{N}_0 \cup \{\infty\}$ )
$S_n$	симметрическая группа степени $n$ ( $n \in \mathbb{N}_0 \cup \{\infty\}$ )
$\mathbb{Z}$	кольцо целых чисел
$\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$	поле рациональных чисел, поле вещественных чисел, поле комплексных чисел
$\mathbb{H}$	тело кватернионов
$R[x_1, \dots, x_n]$	кольцо многочленов от переменных $x_1, \dots, x_n$ над кольцом $R$ ( $n \in \mathbb{N}_0$ )
$R[[x_1, \dots, x_n]]$	кольцо рядов от переменных $x_1, \dots, x_n$ над кольцом $R$ ( $n \in \mathbb{N}_0$ )
$K(x_1, \dots, x_n)$	поле рациональных дробей от переменных $x_1, \dots, x_n$ над полем $K$ ( $n \in \mathbb{N}_0$ )
$R^n$ и ${}^nR$	модули столбцов высоты $n$ и строк длины $n$ над кольцом $R$ ( $n \in \mathbb{N}_0$ )
$\text{Mat}(m, n, R)$	модуль матриц с $m$ строками и $n$ столбцами над кольцом $R$ ( $m, n \in \mathbb{N}_0$ )
$\text{Mat}(n, R)$	кольцо матриц с $n$ строками и $n$ столбцами над кольцом $R$ ( $n \in \mathbb{N}_0$ )
$\text{GL}(n, R)$	полная линейная группа степени $n$ над кольцом $R$ ( $n \in \mathbb{N}_0$ )
$\mathbb{F}_{p^n}$	поле порядка $p^n$ ( $p \in \mathbb{P}$ и $n \in \mathbb{N}$ )

### Группы

$W(B)$	моноид слов над множеством $B$ (свободный моноид, порожденный множеством $B$ )
$\text{Map}(X)$	моноид отображений множества $X$
$M^\times$	группа обратимых элементов моноида $M$
$\mu_n$	группа комплексных корней $n$ -й степени из единицы ( $n \in \mathbb{N}$ )
$\mathbb{T}$	группа комплексных чисел с единичным модулем
$F(B)$	свободная группа, порожденная множеством $B$
$S(X)$	симметрическая группа множества $X$
$D_n$ и $\text{Oct}_n$	группы автоморфизмов $n$ -угольника и $n$ -мерного октаэдра ( $n \in \mathbb{N}$ )

$G/H$ и $H \setminus G$	множества правых и левых классов смежности группы $G$ по подгруппе $H$
$ G : H $	индекс подгруппы $H$ группы $G$
$\text{ord}(g)$	порядок элемента $g$ группы
$C_n$	циклическая группа порядка $n$ ( $n \in \mathbb{N}$ )
$\text{pow}_{k,G}$	операция возведения в степень $k$ в группе $G$ ( $k \in \mathbb{Z}$ )
$\leq$	включение в качестве нормальной подгруппы
$(T)$	нормальная подгруппа, порожденная подмножеством $T$ группы
$Z_G(X)$ и $Z(G)$	централизатор подмножества $X$ группы $G$ и центр группы $G$
$N_G(X)$	нормализатор подмножества $X$ группы $G$
$\text{Inn}(G)$	группа внутренних автоморфизмов группы $G$
$[G, G]$	коммутант группы $G$
$G^{\text{ab}}$	абелианизация группы $G$

### Кольца

$R^+$ и $R^\times$	аддитивная и мультипликативная группы кольца $R$
$S[r_1, \dots, r_n]$	подкольцо, порожденное подкольцом $S$ и элементами $r_1, \dots, r_n$ кольца, коммутирующими между собой и с элементами подкольца $S$ ( $n \in \mathbb{N}_0$ )
$\text{char } R$	характеристика кольца $R$
$\text{pow}_{k,R}$	операция возведения в степень $k$ в кольце $R$ ( $k \in \mathbb{N}_0$ )
$\leq$	включение в качестве идеала
$(T)$	идеал, порожденный подмножеством $T$ кольца
$Z_R(X)$ и $Z(R)$	централизатор подмножества $X$ кольца $R$ и центр кольца $R$
$\text{Irr}(R)$	множество неприводимых элементов кольца $R$
$\sim$	ассоциированность
$\text{Prime}(R)$	множество простых элементов коммутативного кольца $R$

### Элементарная теория чисел

$\mathbb{P}$	множество простых чисел
$\text{gcd}$ и $\text{lcm}$	наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное
$\mathbb{Z}/n$	кольцо остатков по модулю числа $n$ ( $n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ )
$K[x]/f$	кольцо остатков по модулю многочлена $f$ над полем $K$ ( $f \in K[x] \setminus \{0\}$ )
$\phi$	функция Эйлера
$\left(\frac{a}{n}\right)$	символ Якоби числа $a$ по модулю $n$ ( $a \in \mathbb{Z}$ и $n \in (2\mathbb{N} - 1)$ )

### Симметрические группы, действия групп

$\kappa_l(u)$ и $\kappa(u)$	число циклов длины $l$ и общее число циклов в перестановке $u$ ( $l \in \mathbb{N}$ )
$\text{sgn}(u)$	знак перестановки $u$
$A_n$	знакопеременная группа степени $n$ ( $n \in \mathbb{N}_0 \cup \{\infty\}$ )
$X/G$	множество орбит $G$ -множества $X$
$\text{St}_G(x)$	стабилизатор точки $x$ , принадлежащей $G$ -множеству
$\text{Fix}_X(g)$	подмножество неподвижных под действием элемента $g$ точек $G$ -множества $X$ ( $g \in G$ )

### Модули, векторные пространства, расширения полей

$(R^B)_f$	модуль финитных функций на множестве $B$ со значениями в кольце $R$ (свободный $R$ -модуль, порожденный множеством $B$ )
$\text{rk } M$	ранг свободного модуля $M$ над IBN-кольцом
$\dim V$	размерность векторного пространства $V$
$K(e_1, \dots, e_n)$	подрасширение, порожденное элементами $e_1, \dots, e_n$ расширения поля $K$ ( $n \in \mathbb{N}_0$ )
$ E : K $	степень расширения $E$ поля $K$
$f_e$	минимальный многочлен алгебраического элемента $e$ расширения поля
$\text{Spl}_K(f)$	поле разложения многочлена $f$ над полем $K$ ( $f \in K[x] \setminus \{0\}$ )
$\text{Gal}_K(f)$	группа Галуа сепарабельного многочлена $f$ над полем $K$ ( $f \in K[x]$ )