

Анализ булевых функций

1. Ряд и коэффициенты Фурье. Подсчет коэффициентов с помощью интерполяции. Линейное пространство функций, ортогональность χ_S . Скалярное произведение и его свойства. *BLR* тест.
2. $\text{Inf}_i[f]$. Примеры вычисления $\text{Inf}_i[f]$. Дискретная производная. Коэффициенты Фурье для дискретной производной и подсчет $\text{Inf}_i[f]$ и $\mathbf{I}[f]$. ρ -коррелированные распределения, $\text{Stab}_\rho[f]$. $T_\rho(x)$ и коэффициенты Фурье для Stab_ρ . Теорема Arrow.
3. Алгоритм Голдрейха-Левина. Взвешивание корзин. PAC learning. Деревья разбора.
4. Связь ширины ДНФ и степени до которой спектр ϵ -сконцентрирован (простой вариант $\frac{2w}{\epsilon}$). Mansour's conjecture. δ -подстановки. Мат. ожидание коэффициентов Фурье (и квадратов коэффициентов). $\mathbf{I}[f] \leq O(\log(DNF_{size}(f)))$.
5. Switching lemma (формулировка). Связь ширины ДНФ и степени до которой спектр ϵ -сконцентрирован (сложный вариант $w \log(\frac{1}{\epsilon})$). Мат. ожидание $2^{DT(f|_z)}$. Оценка на число множеств, где сконцентрирован спектр. Переход к схемам константной глубины.
6. Формулировка FKN и KKL теорем. *BLR + NAE*. Оценка вероятности неудачи в теореме Arrow. Тест на диктатора (6 запросов и 3 запроса). Тест на семейство диктаторов. Отсутствие теста для четности. **PCRP** системы. **PCRP** система для четности. Существование **PCRP** системы с доказательством размера 2^{2^n} для любого семейства функций.
7. ϵ -регулярные функции. Оценка коэффициентов Фурье для случайной функции. Связь первой нормы и ϵ -регулярности. Связь четвертой нормы и ϵ -регулярности. $(1-\delta)$ -стабильное влияние. (ϵ, δ) -стабильные влияния. Примеры. (ϵ, k) -регулярные функции. Изменение среднего при подстановках в (ϵ, k) -регулярную функцию.
8. $\text{deg}_{\mathbb{F}_2}(f) \leq \text{deg}(f)$. $(0, k)$ -регулярная сбалансированная функция и ее степень над \mathbb{F}_2 . $(0, k)$ -регулярная функция и ее степень над \mathbb{F}_2 . Алгоритм для обучения k -хунты. *bent*-функции. $\mathbb{P}_n(x, y)g(y)$ — *bent*-функция, $f \otimes g$ — *bent*-функция. Конструкция мультимножества размера $16(\frac{n}{\epsilon})^2$ с ϵ -регулярной плотностью вероятности. Оценка отклонения мат. ожидания через первую и вторую спектральные нормы. Конструкция мультимножества с $(0, k)$ -регулярной плотностью вероятности через матрицу Вандермонда.
9. Уменьшение случайных битов в *BLR*-тесте при помощи ϵ -регулярного распределения. Fooling \mathbb{F}_2 -полиномы. $\mathbb{P}_n(x, y)$ контрпример для наивной идеи обобщения на степень 2. Конструкция регулярных распределений против степени d — теорема Виолы.
10. Linear Threshold Functions. Равенство первых коэффициентов влечет равенство. Связь первой и второй нормы линейных функций. Оценка веса первых

коэффициентов Фурье. Polynomial Threshold Functions. Обобщение критерия равенства. Оценка на сумму модулей коэффициентов Фурье. Следствие для \mathbb{R} .

11. Приближение функции при помощи РТФ. Следствие про выражение РТФ через Majority и Parity. Нормальные распределения и $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{I}[Maj_n]$. Коэффициенты Фурье Majority. Асимптотика k -ого веса Majority.
12. Нормальные распределения и первый вес LTF. Level-1 неравенство и его доказательство. $\frac{2}{\pi}$ -теорема. Оценки первого веса для функций с ограниченный модулей мат. ожидания.
13. Лемма Bonami. FKN теорема.
14. Гиперсжимаемость и KKL теорема.