

Задания

27 октября 2015 г.

1. Опишите определение копределов через *Hom*-функторы.
2. *Представление* функтора $F : \mathbf{C}^{op} \rightarrow \mathbf{Set}$ – это пара (A, α) , состоящая из объекта A и изоморфизма функторов $\alpha : Hom_{\mathbf{C}}(-, A) \xrightarrow{\sim} F$. Говорят, что функтор F является *представимым*, если существует его представление.
Докажите, что соответствие $X \mapsto Conus_D(X)$ функториально, и функтор $Conus_D : \mathbf{C}^{op} \rightarrow \mathbf{Set}$ представим тогда и только тогда, когда в \mathbf{C} существуют пределы формы D .
3. Докажите, что вложение Йонеды сохраняет пределы.
4. Докажите, что вложение Йонеды сохраняет экспоненты. То есть, если a, b – объекты \mathbf{C} такие, что b^a существует, то $\mathbf{y}(b)^{\mathbf{y}(a)}$ тоже существует и определяется как $\mathbf{y}(b^a)$.
Замечание: по определению, экспонента b^a – это (первая компонента) представления функтора $Hom_{\mathbf{C}}(- \times A, B) : \mathbf{C}^{op} \rightarrow \mathbf{Set}$.
5. Докажите свойства экспонент из одной из предыдущих домашних работ, используя *Hom*-функторы.
6. Докажите, что коллекция объектов вида $\mathbf{y}a$ является генератором для категории предпучков.