

Задания

23 ноября 2015 г.

1. Докажите, что следующие утверждения верны:

- (a) $\chi_{true} = id_{\Omega}$.
- (b) $\chi_{id_A} = true \circ !_A$.

2. Докажите, что если в категории существует классификатор подобъектов, то в ней все мономорфизмы регулярны.
3. Проверьте, что $\Omega_A \in \mathbf{C}/A$, сконструированный на лекции, является классификатором подобъектов в \mathbf{C}/A .
4. Объект X категории \mathbf{C} называется *инъективным*, если любой морфизм $A \rightarrow X$ факторизуется через любой мономорфизм $A \hookrightarrow B$:

$$\begin{array}{ccc} A & \longrightarrow & X \\ \downarrow & \nearrow \text{---} & \\ B & & \end{array}$$

- (a) Докажите, что классификатор подобъектов всегда является инъективным.
- (b) Докажите, что если B является инъективным, то любой объект вида B^A также является инъективным.
- (c) Докажите, что в топосе любой объект вкладывается в (то есть существует мономорфизм из него в) некоторый инъективный объект.
- (d) Докажите, что в топосе мономорфизмы замкнуты относительно пушаутов.
- (e) Докажите, что в топосе, если A, A' – подобъекты B , такие что $A \cap A' = 0$, то $A \cup A' \simeq A \amalg A'$.
- (f) Обобщите предыдущее утверждение, убрав требование $A \cap A' = 0$.